

La carica elettrica e la materia

Elettricità: Talete di Mileto 600 a.C.: ambra (*electron*), ebanite, ecc. (elettrostatica)

Magnetismo: scoperta del *magnetite* 600 a.C.: ossidi di Fe (Magnesia, Asia Minore)

W. Gilbert XVI sec.: esperimenti di elettrostatica e magnetostatica

H. C. Oersted (1820): elettromagnetismo (induzione elett. → magn.)

M. Faraday (1831) : induzione magn. → elett.

J. C. Maxwell (1856...): leggi dell'elettromagnetismo, ottica, luce

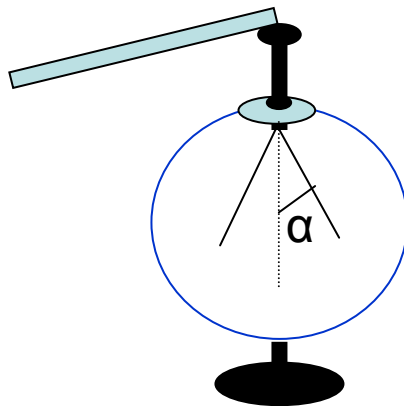
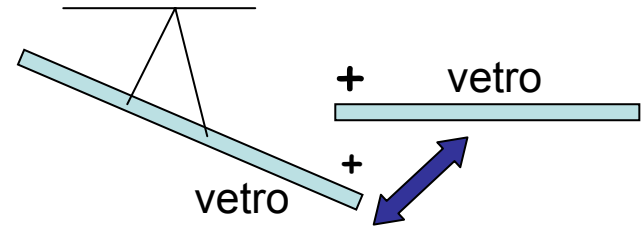
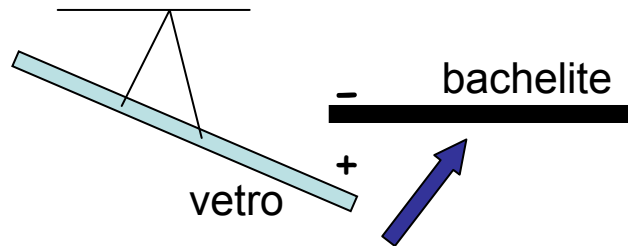
H.A. Lorentz (1853-1928)

H.R. Hertz (1857-1894): esp. onde elettromagnetiche (radio)

Primi esperimenti

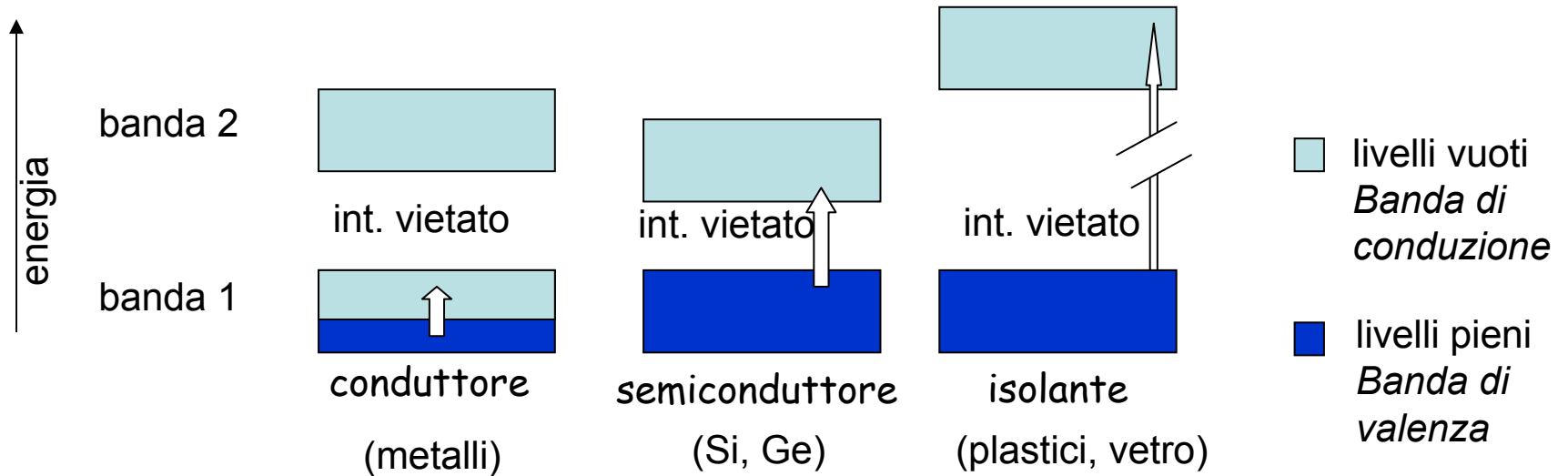
Strofinio di materiali isolanti: passaggio di cariche da un materiale all'altro

*Due tipi diversi di carica elettrica:
positiva e negativa*



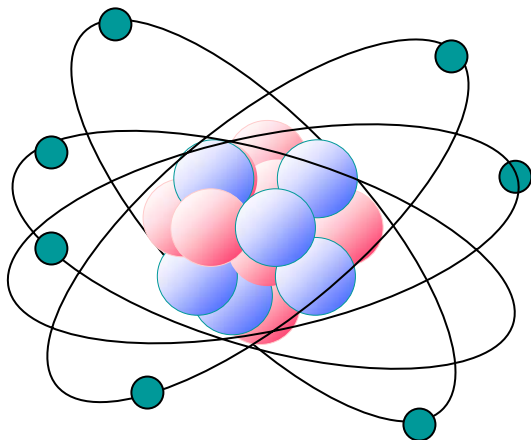
Elettroscopio a foglie
riconosce lo stato relativo di carica

Diversi tipi di materiali



L'energia degli elettroni è limitata a certi valori (livelli e bande).
La capacità isolante del quarzo fuso è 10^{23} volte maggiore di quella del Cu.

Struttura elettrica della materia



Elettrone carica $-e$ $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $R \approx 10^{-17} \text{ m}$

Protone carica e $m_p = 1.6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $R \approx 10^{-15} \text{ m}$

Neutrone neutro $m_n = 1.6749 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $R \approx 10^{-15} \text{ m}$

$e = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ (Coulomb)
($1 \text{ C} \Rightarrow 1/e = 6.24 \cdot 10^{18}$ elettroni)

Tutte le particelle subatomiche osservate hanno una carica che, in valore assoluto, è uguale o multiplo intero di e .

La carica elettrica è una grandezza quantizzata.

Z: numero atomico (numero di protoni nel nucleo) (Proprietà elettriche)

A = Z + N (protoni + neutroni): numero di massa (Proprietà di massa)

Il 99,9% della massa dell'atomo è concentrata nel nucleo.

raggio del nucleo $R = 1.25 A^{1/3} \text{ fm} = 1.25 A^{1/3} \cdot 10^{-15} \text{ m}$.

raggio del atomo $\approx 10^{-10} \text{ m}$

Trasferimento e induzione di carica

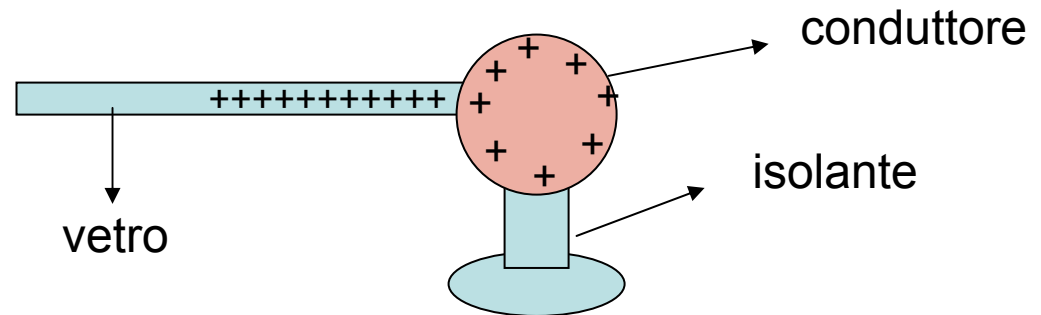
Conservazione della carica: In un sistema elettricamente isolato la somma algebrica di tutte le cariche rimane costante nel tempo, ovvero si conserva

Ionizzazione: processo di sottrazione o aggiunta di elettroni in un atomo: ioni positivi e negativi.

Trasferimento e induzione di carica

Trasferimento di carica (contatto).

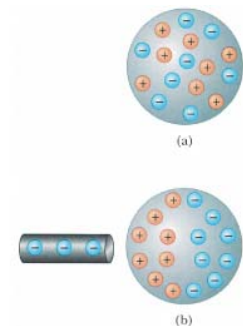
Eccesso di carica in un conduttore: le cariche si distribuiscono su tutta la superficie



Induzione elettrostatica: gli elettroni attratti (respinti) da cariche positive (negative), si muovono nel conduttore e creano un accumulo di cariche negative.

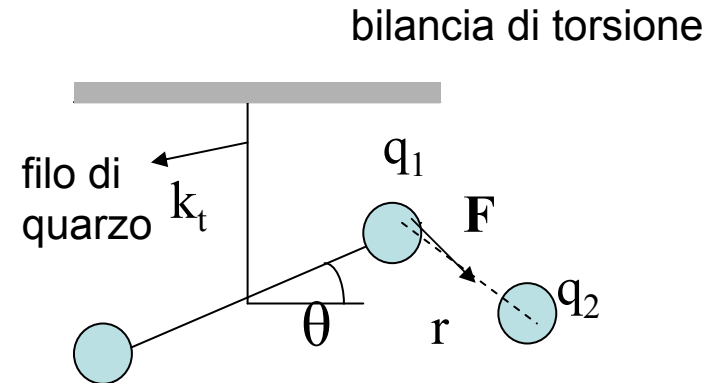
Questo processo avviene molto rapidamente e impedisce per repulsione elettrica un ulteriore arrivo di elettroni.

Non c'è contatto tra materiali in questo processo.



La legge di Coulomb

Forza tra due cariche: Coulomb (1785)



In equilibrio:

momento elastico = $k\theta$ = momento della forza elettrica

Due cariche puntiformi q_1 e q_2 , poste a distanza r , interagiscono con una forza F , diretta secondo la loro congiungente di modulo:

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

Unità di misura

k dipende dalle unità di misura e dal mezzo dielettrico in cui sono immerse le cariche.

corrente: A (ampere)

carica: C (coulomb): carica trasportata da una corrente di 1A in un secondo

$$\begin{aligned}k &= 10^{-7} c^2 \\&= 8,9875 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2 \\&\approx 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2\end{aligned}$$

Legge di
Coulomb

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

**costante dielettrica
del vuoto (permittività)**

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = 8,8542 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

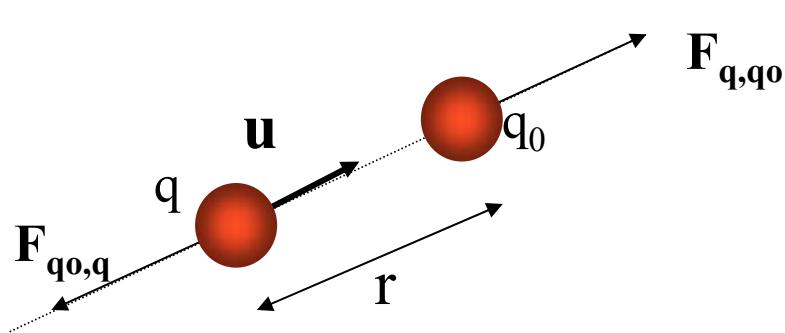
Carica elementare

$$e = 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

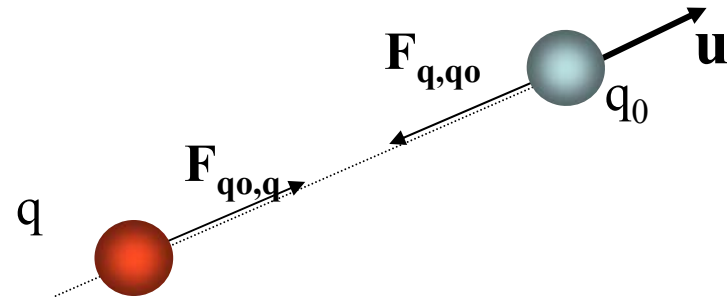
La legge di Coulomb (forma vettoriale)

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{u}_r$$

Es. Carica per strofinio: $q = 10^{-7} \text{ C}$ \rightarrow spostamento di $6.24 \cdot 10^{11}$ elettroni
 se $r = 1 \text{ cm}$ $\rightarrow F = 9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-7} \cdot 10^{-7} / 10^{-4} = 0.9 \text{ N}$



$q \cdot q_0 > 0$: repulsione: \mathbf{F} parallela a \mathbf{u}



$q \cdot q_0 < 0$: attrazione: \mathbf{F} antiparallela a \mathbf{u}

forma vettoriale

$$\vec{F}_{q,q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r^2} \hat{\mathbf{u}} = -\vec{F}_{q_0,q}$$

La forza elettrica e la forza di gravità

Esempio: L'elettrone e il protone in un atomo di idrogeno si trovano a una distanza $r = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ (dimensioni dell'atomo). Calcolare l'intensità della forza elettrica e della forza gravitazionale tra il protone e l'elettrone.

$$F_g = \gamma \frac{m_e m_p}{r^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 9.11 \cdot 10^{-31} \cdot 1.67 \cdot 10^{-27}}{(0.53 \cdot 10^{-10})^2} = 3.61 \cdot 10^{-47} \text{ N}$$

$$F_e = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{9 \cdot 10^9 (1.6 \cdot 10^{-19})^2}{(0.53 \cdot 10^{-10})^2} = 8.20 \cdot 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_e / F_g = 2.3 \cdot 10^{39}$$

A livello atomico, la forza gravitazionale è trascurabile rispetto alla forza elettrica.

La forza elettrica e la forza di gravità

Esempio: Due sferette conduttrici uguali, di massa m e carica q , sono sospese ciascuna ad un filo lungo l . In equilibrio i fili sono disposti simmetricamente rispetto alla verticale, ciascuno ad angolo θ . Calcolare la relazione tra q e θ .

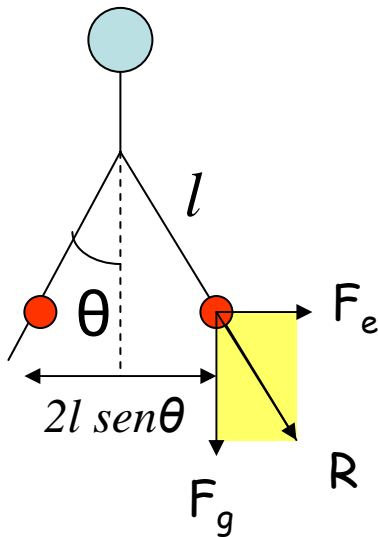
In equilibrio:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{F_e}{F_g} = \frac{q \cdot q}{4\pi\epsilon_0 r^2 (mg)} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 mg (2l \operatorname{sen}\theta)^2}$$

$$\Rightarrow q = 2l \operatorname{sen}\theta \sqrt{4\pi\epsilon_0 mg \operatorname{tg}\theta}$$

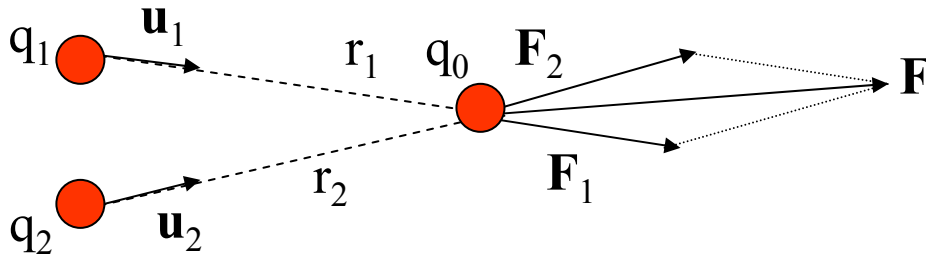
Se θ è piccolo, $\operatorname{sen}\theta \approx \tan\theta \approx \theta \Rightarrow q \sim \theta^{3/2}$

Se si apprezza il decimo di grado ($0.1^\circ = 1.75 \cdot 10^{-3}$ rad), si possono misurare cariche dell'ordine di 10^{-9}C .



Il principio di sovrapposizione

O principio di indipendenza delle forze simultanee



$$\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_1 + \vec{\mathbf{F}}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_0}{r_1^2} \hat{\mathbf{u}}_1 + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_0}{r_2^2} \hat{\mathbf{u}}_2$$

Nel caso più generale (N cariche), la forza su q_0 risulta:

$$\vec{\mathbf{F}} = \sum_{i=1}^N \vec{\mathbf{F}}_i = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_0}{r_i^2} \hat{\mathbf{u}}_i = q_0 \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{u}}_i$$

verifica sperimentale

Il campo elettrostatico

$$\vec{\mathbf{F}} = q_0 \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{\mathbf{u}}_i$$

$$\vec{\mathbf{E}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{q_0} = \sum_i \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \hat{\mathbf{u}}_i$$

Il campo elettrostatico \mathbf{E} generato in un punto dello spazio da un sistema di cariche ferme è definito come la forza elettrica risultante \mathbf{F} che agisce su una carica di prova q_0 positiva posta in quel punto, divisa per la carica q_0 stessa (forza per unità di carica)

La carica di prova q_0 deve essere molto piccola rispetto a ciascuna q_i per non disturbare la distribuzione

Sistema di cariche = sorgente del campo elettrostatico

$$\vec{\mathbf{F}}(x, y, z) = q_0 \vec{\mathbf{E}}(x, y, z)$$

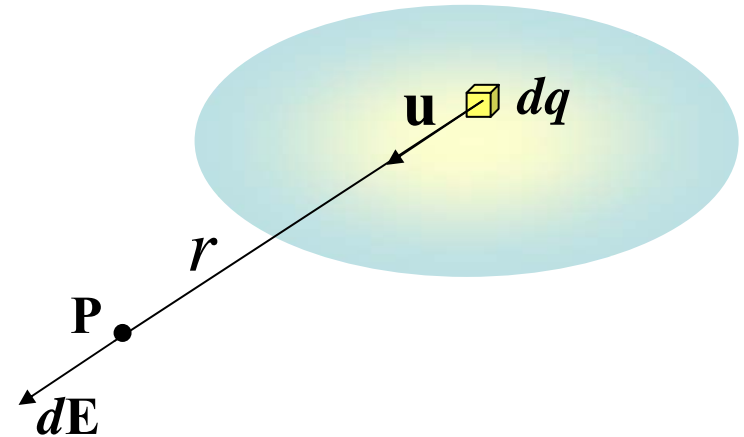
Unità di misura: $[E] = \text{N/C}$

Campo elettrostatico prodotto da una distribuzione continua

Il campo elettrico prodotto da una carica infinitesimale dq :

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{u}$$

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r^2} \vec{u}$$



Si integra su tutta la distribuzione di carica

Distr. lineare

$$dq = \lambda dl$$

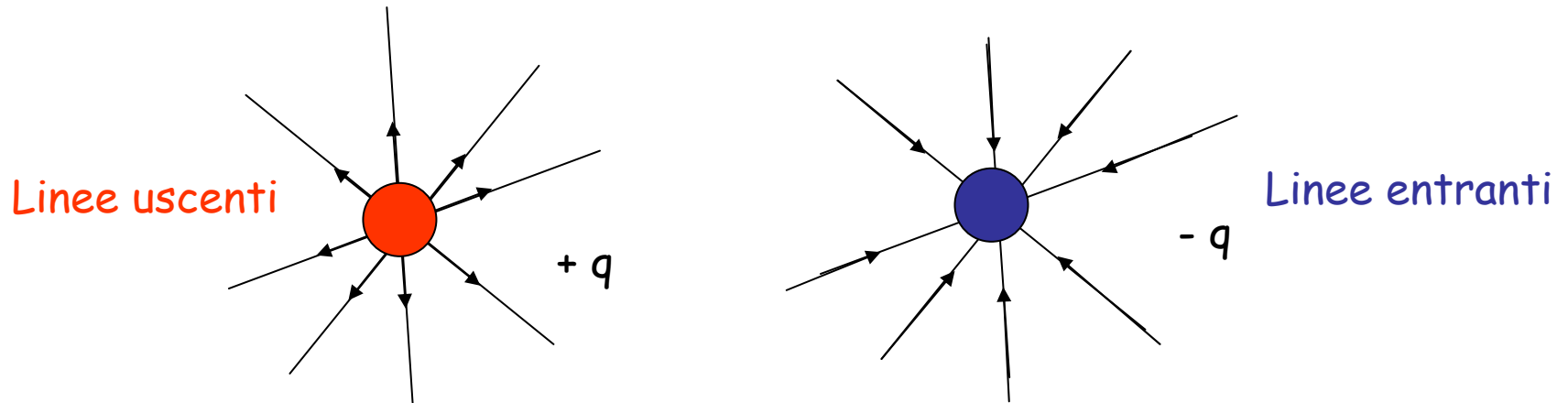
Distr. superficiale

$$dq = \sigma d\Sigma$$

Distr. volumetrica

$$dq = \rho d\tau$$

Linee di forza del campo elettrostatico



In ogni suo punto la linea di campo è tangente al campo e il suo verso di percorrenza indica il verso del campo

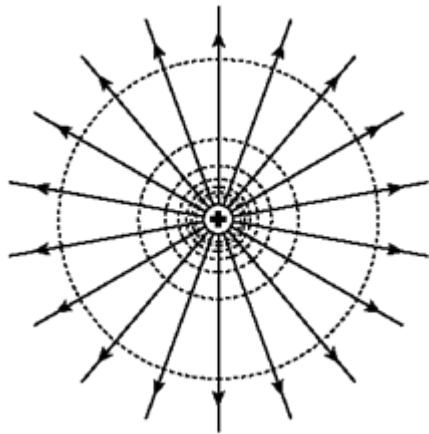
Le linee si addensano dove l'intensità del campo è maggiore

Le linee non si incrociano mai (campo definito univocamente)

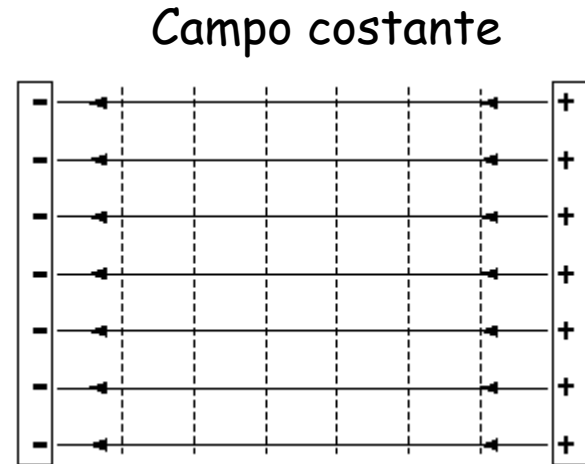
Le linee hanno origine nelle cariche positive e terminano nelle cariche negative. Nel caso ci siano cariche di uno stesso segno, le linee si chiudono all'infinito

Se le cariche sono di segno opposto ma uguali in modulo, tutte le linee che partono dalle cariche positive si chiudono sulle cariche negative.

Linee di campo elettrico e superfici equipotenziali

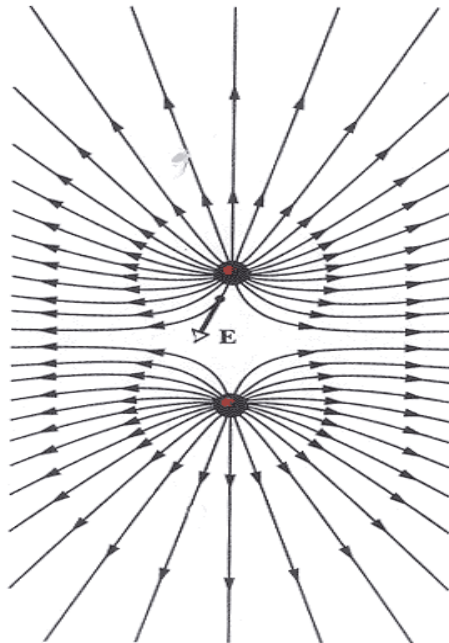


Carica
puntiforme

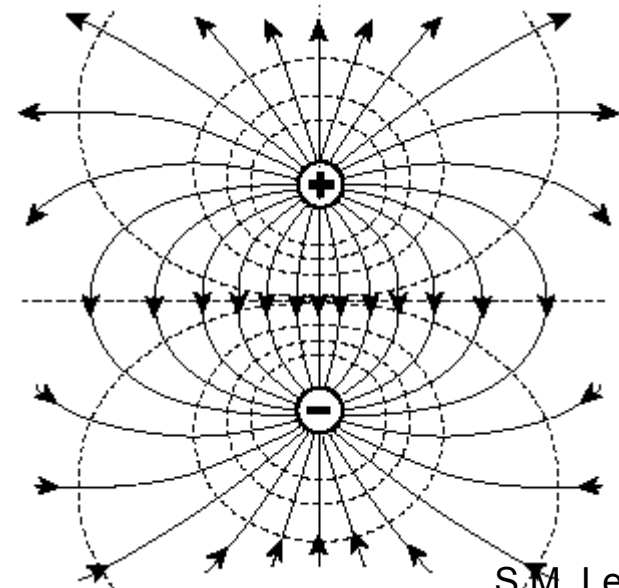


Campo costante

2 cariche
puntiformi
uguali
($q_1 = q_2$)

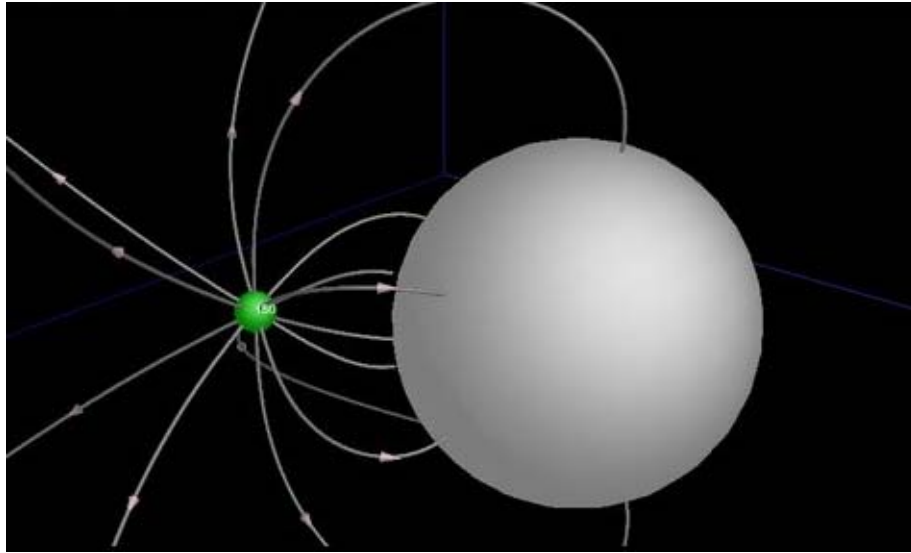


Dipolo elettrico
($q_1 = -q_2$)

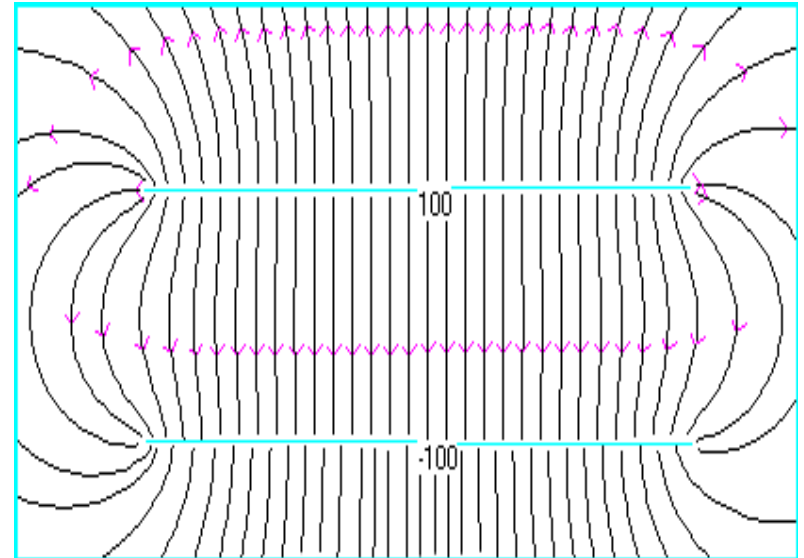


Linee di campo elettrico

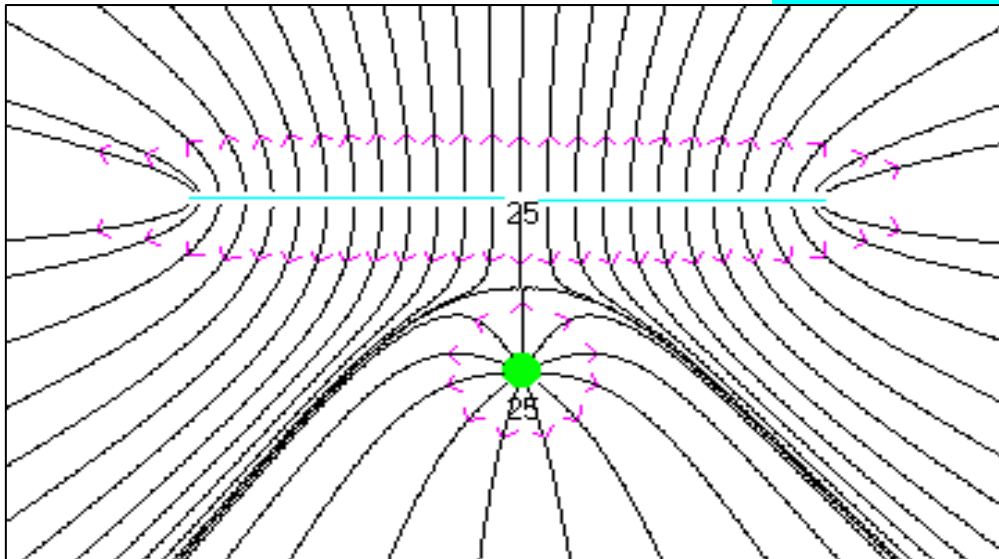
Carica puntiforme e sfera



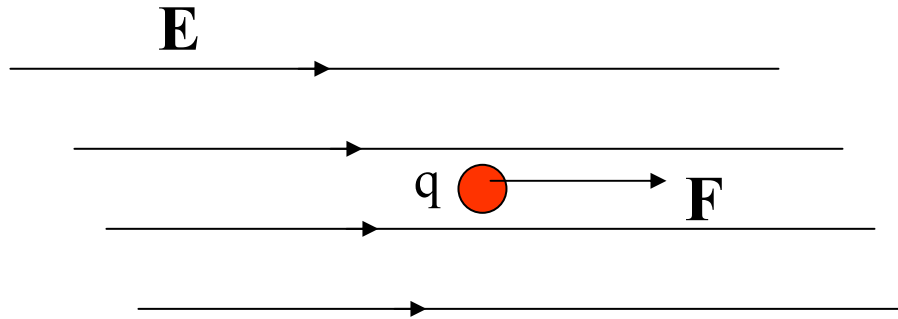
2 piani



Carica
e piano



Moto di una carica in un campo elettrostatico



$$\vec{F} = q \vec{E} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{q}{m} \vec{E}$$

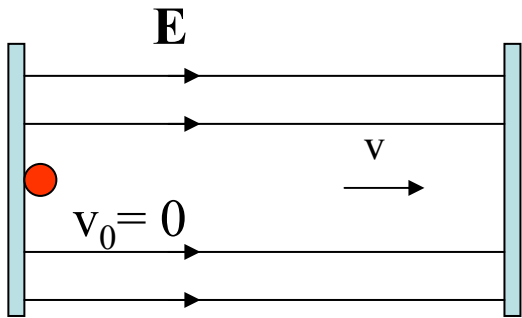
Se \vec{E} è uniforme, l'accelerazione \vec{a} è costante

Se $q > 0 \Rightarrow \vec{a} \parallel \vec{E}$

Se $q < 0 \Rightarrow \vec{a} \nparallel \vec{E}$

Moto di una carica in un campo elettrostatico

Una carica q di massa m è lasciata libera in quiete e nella posizione $x=0$ in una regione in cui esiste un campo elettrostatico uniforme \mathbf{E} parallelo e concorde all'asse x . Descrivere il moto della carica.



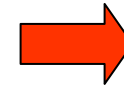
$$x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$v(t) = v_0 + a t$$

$$v^2(x) = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$a = qE / m$$

$$\text{Se } x_0 = 0, v_0 = 0$$



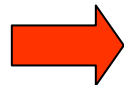
$$x(t) = \frac{qE}{2m} t^2$$

$$v(t) = \frac{qE}{m} t$$

$$v^2(x) = \frac{2qE}{m} x$$

$$\Delta E_k = \frac{1}{2} m v^2(x) - \frac{1}{2} m v_0^2(x) = m a (x - x_0) = q E (x - x_0) = F (x - x_0)$$

$$\text{Se } x = 0 \text{ e } v_0 = 0$$



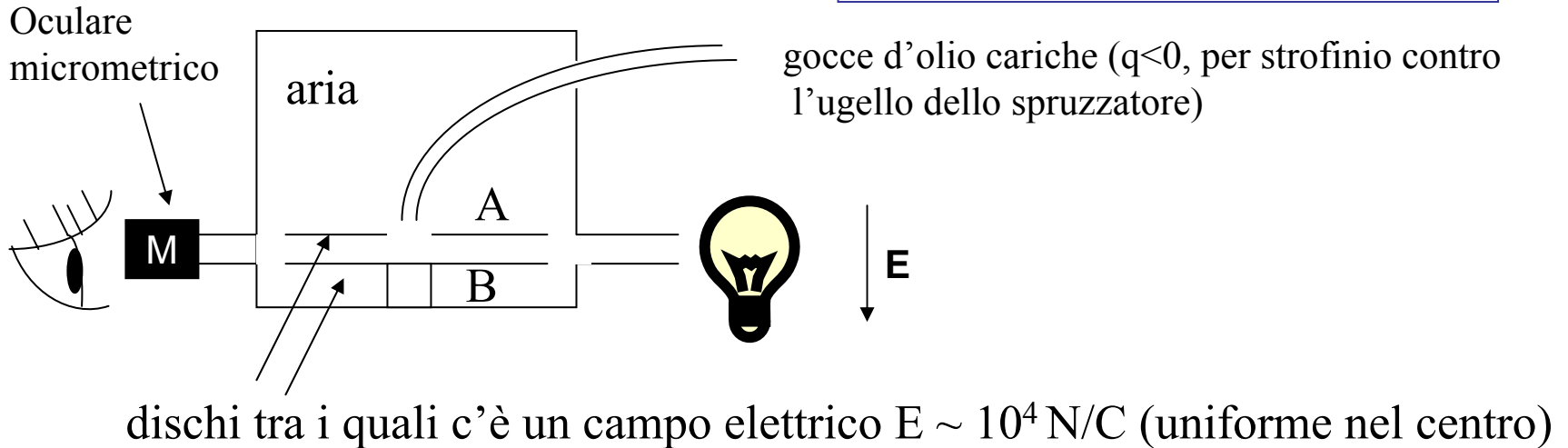
$$t = \sqrt{2m x / qE}$$

$$v = \sqrt{2q E x / m}$$

$$E_k = q E x$$

Carica elementare: Esperienza di Millikan

Millikan (1909-1917) misura la carica elementare (elettrone).



In assenza di E

$$m a = m' g - 6\pi \eta r v; \quad m' g = (\rho - \rho_0) \frac{4}{3} \pi r^3 g$$

ρ : densità dell'olio; r : raggio della goccia

ρ_0 : densità dell'aria; η : viscosità

$$\text{A regime: } v_0 = \frac{m' g}{6\pi \eta r} = \frac{2 (\rho - \rho_0) g r^2}{9\eta}$$

misura v_0 , ottiene r

In presenza di E

$$m a = m' g - qE - 6\pi \eta r v;$$

$$\text{A regime: } v_1 = \frac{m' g - qE}{6\pi \eta r} = v_0 - \frac{qE}{6\pi \eta r}$$

si ottiene: $v_1 \approx 0.1 v_0 \approx 10^{-4} \text{ m/s}$ per $q = 10e$

misura v_1 , variando E , ottiene $q = ne$